

ヒト下顎骨に作用する力の材料力学的解析 —下顎骨の前歯部が前頭面と傾斜しているモデルの解析—

Analysis of external and internal forces of a human mandible invested by strength of materials: analysis of a mandibular model with anterior zone oblique to frontal plane.

草野雅章、山本一彦、山本伸介、吉田精司、北山若紫、村上和宏、桐田忠昭

Masaaki KUSANO, Kazuhiko YAMAMOTO, Shinsuke YAMAMOTO, Seiji YOSHIDA,
Wakashi KITAYAMA, Kazuhiro MURAKAMI, Tadaaki KIRITA

Abstract

Using a human mandibular model with anterior zone oblique to frontal plane(the angle: $\phi = \tan^{-1}(3/4)$), internal forces produced by the external forces, that is to say, masticatory muscle forces, temporomandibular joint reaction forces and bite forces with teeth were analyzed by strength of materials.

The result obtained is as follows: the former value is in case of biting with the lower right first molar and the latter, the lower right premolar, respectively.

1. External forces

The external forces were not influenced by anterior zone oblique to frontal plane biting with the first molar or premolar.

2. Internal forces

(1) The value of shearing force was decreased according to an increase of α . The largest value of shearing force was +640N(in the molar zone)~+460N(in the premolar and molar zone) in case of $\alpha=0$ and $\beta=1$.

(2) At masticatory site, the value of bending moment increased according to an increase of α . On the other hand, at balancing site, the value decreased. The largest absolute value of bending moment was +13920N•mm(in the molar zone at balancing site in case of $\alpha=1.5$ and $\beta=1$)~+11700N•mm(in the molar zone at masticatory site in case of $\alpha=0$ and $\beta=1$). At the central incisor region, the bending moment was suddenly changed in vertically upward or downward direction.

(3) The value of torsion moment increased according to an increase of α in both anterior and posterior zone. In the posterior zone, the largest value of torsion moment was +820~+100N • mm at working site, +4550~+3690N • mm and +2530~+2050N • mm at balancing site in case of $\alpha=1.5$ and $\beta=1$. On the other hand, in the anterior zone, the largest value of torsion moment was +2740~+1680N • mm at working site, +4030~+3150N • mm at balancing site in case of $\alpha=1.5$ and $\beta=1$.

Key words: analysis of forces, a human mandible, strength of materials, anterior zone oblique to frontal plane.

1. 緒言

顎顔面領域の臨床において、下顎骨に作用する力の解析は必須である。しかし、それに関する研究は少ない。下顎骨に作用する力の解析を行う際に問題となるのは、咀嚼筋力および顎関節反力が実測できないことである。しかし、本研究では、著者が開発した咀嚼筋力、顎関節部

における反力、咬合力によって下顎骨に発生する内力のうち剪断力、曲げモーメント、ねじりモーメントに関して材料力学的に解析する方法¹⁾によってそれらを求めることが可能である。著者らはこれまで、その方法を用いてヒト下顎骨に作用する力の材料力学的解析を行ってきた²⁻⁵⁾。ヒトの下顎骨の前歯部は、前頭面に対し傾斜している。特に正中部では、正中部に頂点を有する左右対称の山形状を有し、左右の犬歯部間を基底部としている。材料力学的解析を行う際には、左右犬歯部および正中部において曲げモーメントとねじり

原稿受付 2006 年 2 月 24 日、受理 2006 年 7 月 21 日

奈良県立医科大学 医学部 口腔外科学講座

Department of Oral and Maxillofacial Surgery, Medical School, Nara Medical University

モーメントの回転を行わなければならない。犬歯部においては、臼歯部の正中矢状面に対する傾斜および前頭面に対する傾斜をともに考慮して、モーメントの合成的回転を行う必要がある。正中部では、正中矢状面をミラーとするミラー・イメージのように反転させなければならない。これらの諸点をどのように解決するかが課題である。本報では、ヒトの下顎骨の前歯部が前頭面と傾斜しているモデルを用いて下顎骨に作用する外力と内力を解析した結果、興味ある知見が得られたので報告する。

2.研究方法

(1)解析モデル

下顎骨の形状と寸法は、下顎骨のドライ・スカルをもとにして計測したデータをベースとした。下顎骨の形状はビームを連結したものとした。下顎骨の臼歯部と正中矢状面とのなす角 θ は、下顎骨のドライ・スカルの実測した角度に近い角度として $\theta = \tan^{-1}(3/4) \div 37$ 度とした。以下の左右方向および前後方向の距離も下顎骨のドライ・スカルの実測したデータを参照しながら設定した。実際の生体の場合は、必ずしも有限小数ではなく無限小数になる場合もあるが、その場合も対応可能である。以下において、数値は小数点以下1桁、2桁、3桁がゼロとなる場合はそのゼロを記載しないこととした。下顎犬歯、第一小白歯、第二小白歯、第一大臼歯、第二大臼歯の幅径は、標準偏差図表⁶⁾記載の数値より、それぞれ、6.97mm、7.11mm、7.07mm、11.36mm、10.52mmであるので、これらより、臼歯部方向の距離としては、下顎犬歯と小白歯間距離を14.13mm、小白歯と第一大臼歯間距離を9.215mm、小白歯と下顎枝前端までの距離を25.415mm、第一大臼歯と下顎枝の前端までの距離を16.25mmとした。前歯部方向の距離としては、右側犬歯の中心から左右中切歯の隣接面までを14.815mm、左側犬歯の中心から左

側側切歯までを6.465mm、犬歯の幅径を6.97mm、側切歯の幅径を5.96mm、中切歯の幅径を5.37mm⁶⁾とした。右側犬歯の中心から左右中切歯の隣接面までの距離14.815mmは、犬歯の幅径6.97mmの二分の一と側切歯の幅径5.96mmと中切歯の幅径5.37mmを合計して算出した。前歯部と前頭面とのなす角 ϕ は下顎骨のデータに近い値として $\tan^{-1}(3/4)$ とした。前後方向の距離として、下顎枝前端から下顎枝の midpoint までを20mm、下顎枝の midpoint から下顎頭までを20mm、下顎枝前端から第1大白歯・小白歯・犬歯までをそれぞれ12.96mm、20.332mm、31.636mm、前頭面から左右中切歯の midpoint までの距離を8.889mmとした。左右方向の距離としては、左右中切歯の midpoint と犬歯までの距離を11.852mm、左右中切歯の midpoint と側切歯までの距離を6.68mm、正中矢状面から下顎枝前端・第1大白歯・小白歯までをそれぞれ35.579mm、25.859mm、25.859mm、下顎枝前端から下顎枝の midpoint までを10mm、下顎枝の midpoint から下顎頭までを10mmとした。

(2)解析した状態

片側臼歯部で噛む2種類の場合(右側第一大臼歯、右側小白歯)を設定した。

(3)座標軸の設定方法

材料力学的解析は、下顎の右側下顎頭部 A_R を出発点として、第二大臼歯部C、右側小白歯部D、右側犬歯部E、中切歯部F、左側犬歯部G、左側小白歯部H、左側第二大臼歯部Iの順番に行い左側下顎頭部 A_L を終点とした。座標軸は右手系を採用した。すなわち右側をy軸の正方向に、下側をz軸の正方向に設定し、解析の対象を視る方向とx軸の方向と一致させるために紙面の裏側方向をx軸の正方向に設定した。この座標系を解析する対象とともに移動させた。y軸の正方向は、 A_R -C間は下顎骨の前側、C-D-E間はCからEに向かう方向、E-F-G間は下顎骨の左側、G-H-I間はGからIに向かう方向、I- A_L 間は下顎骨の後側である(Fig.1)。

(4)咀嚼筋による力の方向と作用点

下顎を挙上させる咀嚼筋として、咬筋、内側翼突筋、側頭筋を採用し、各筋の方向と咀嚼活動における負担割合を考慮して、それらの合力は垂直上方とした。合力の作用点は、下顎枝の midpoint とした。

(5)下顎挙上筋合力の平衡側と作業側の負担割合

下顎挙上筋合力の平衡側と作業側の負担割合 α を 0、0.5、1.0、1.5 と変動させた。

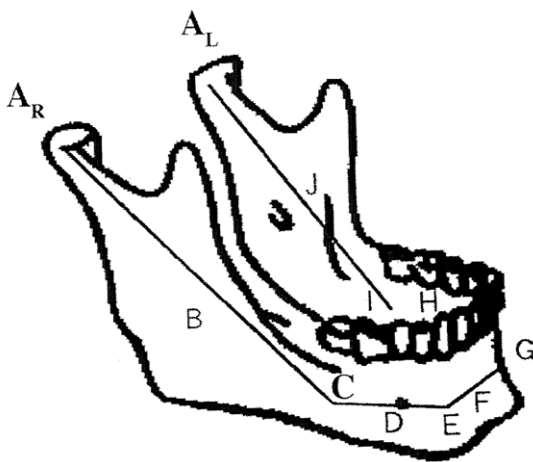


Fig.1 Analysis model of a human mandible.

- A_R: Right condyle region.
- B: Middle point of right ramus.
- C: Lower right second molar region.
- D: Lower right premolar region.
- E: Lower right canine region.
- F: Central incisor region.
- G: Lower left canine region.
- H: Lower left premolar region.
- I: Lower left second molar region.
- J: Middle point of left ramus.
- A_L: Left condyle region.

(6) 咬合力と咬合力変動率

右側第一大臼歯と右側小臼歯の基準となる咬合力は 660N と 480N とした(Table 1)⁷⁾。本研究では下顎挙上筋合力の負担割合 α を 0、0.5、1.0、1.5 と変動させた状態において、解析する咬合力と基準となる大臼歯の咬合力に対する比である咬合力変動率 β を 0.5、1.0 と変動させた。なお、骨折が治癒するにしたい咬合力が回復していく場合と、健常人間において個人差がある場合があるが、両者併せて咬合

Table 1 Magnitude of bite forces.

Point of application	Premolar	Molar
Value(N)	480	660

力変動率 β で表わした。

(7)顎関節反力と咀嚼筋力の決定方法

下顎挙上筋合力の平衡側と作業側の負担割合 α を 4 種類設定したので、作業側の下顎挙上筋合力が決まれば平衡側の下顎挙上筋合力は決まる。それゆえ未知量は作業側の下顎挙上筋合力と両側顎関節反力の 3 個である。したがって決定方程式としては、両側顎関節部を回転支点として、左右方向の軸回りと、前後方向の軸回りのモーメントの釣り合い、および、上下垂直方向の軸方向の力の釣り合いの 3 式で十分である。

(8)解析した力の種類

下顎骨に発生する内力として、剪断力、曲げモーメントおよびねじりモーメントを、外力として両側の顎関節反力と両側下顎挙上筋の合力を求めた。

(9)力およびモーメントの正負の規約

移動座標系において y 軸の正側を z 軸の正側に動かそうとする剪断力を正と規約した。曲げモーメントは、z 軸の正側に引張応力が生じるように変形させる曲げモーメントを正と

規約した。ねじりモーメントは、y 軸の正側が時計方向に回転するようなねじりモーメントを正と規約した(Fig.2)。垂直力は上向きを正、下向きを負とした。

(10) 曲げモーメントとねじりモーメントの決定方法

C-D-E と正中矢状面のなす角を θ とする。 A_R-B-C 間に関して C 点の回りのモーメントの釣り合いを考え C 点に作用するモーメント M_x' と M_y' を求める。C-D-E にはそれらの反力 $-M_x'$ 、 $-M_y'$ が作用する。 $-M_x' = M_x$ 、 $-M_y' = M_y$ とおく。それを C-D-E に垂直な成分と平行な成分に分解するとそれぞれ $M_x \cos \theta$ 、 $M_x \sin \theta$ 、 $-M_y \sin \theta$ 、 $M_y \cos \theta$ となる。それらを合成すると C-D-E に垂直な成分は $M_X = M_x \cos \theta - M_y \sin \theta$ となり、C-D-E の C 端に作用する曲げモーメントとなり、平行な成分は $M_Y = M_x \sin \theta + M_y \cos \theta$ となり、C-D-E の C 端に作用するねじりモーメントとなる。同様に考えて点 E と点 G においては $M_X = M_x \sin(\theta + \phi) - M_y \cos(\theta + \phi)$ 、 $M_Y = M_x \cos(\theta + \phi) + M_y \sin(\theta + \phi)$ となる(Fig.3)。点 F においては $M_X = M_x \cos 2\phi - M_y \sin 2\phi$ 、 $M_Y = M_x \sin 2\phi + M_y \cos 2\phi$ となる(Fig.4)。

(11) コンピューター・プログラミング

計算支援のためコンピューター・プログラミングの手法を用いた。ハードウェアは iMac(Apple Computer Inc.)、ソフトウェアは Microsoft Excel 2001 for Macintosh を用いた。 α と β をインプットして解析結果を得た。

3. 研究結果

- (1) 右側第一大臼歯で噛む場合の解析結果 ($\alpha = 0.5$ 、 $\beta = 1.0$ 、 $\theta = \phi = \tan^{-1}(3/4)$ の場合)
 - (a) 右側 (作業側) 顎関節には $R_1 = -629.17N$ (下向き)、左側 (平衡側) 顎関節には $R_2 = -458.51N$ (下向き)、右側の咀嚼筋力の合力は、 $W_1 = +1165.12N$ (上向き)、左側の咀嚼筋力の合力は、 $W_2 = +582.56N$ (上向き)、咬合力は、研究方法(6)および Table1 記載のとおり $W_3 = -$

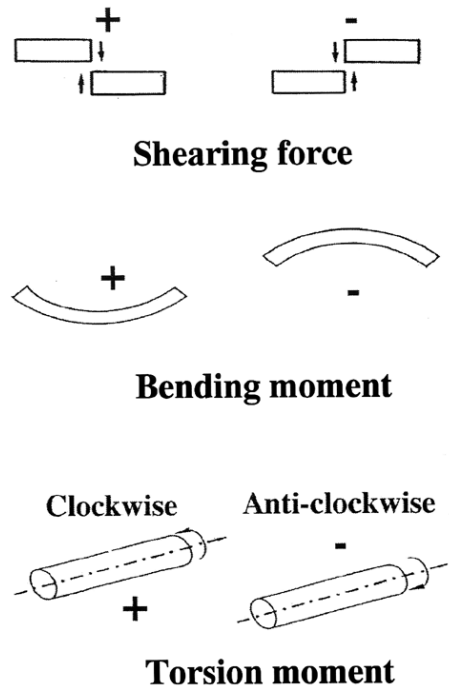


Fig.2 Sign of direction of shearing force, bending moment and torsion moment.

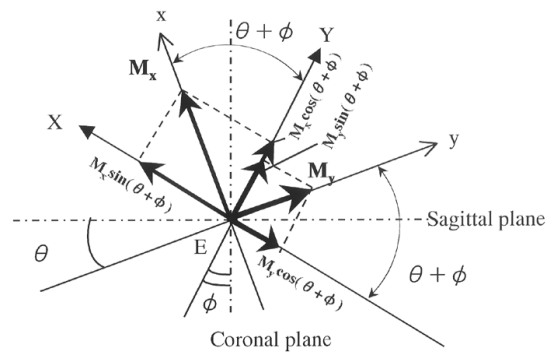


Fig.3 Rotation of the moment at the point E.

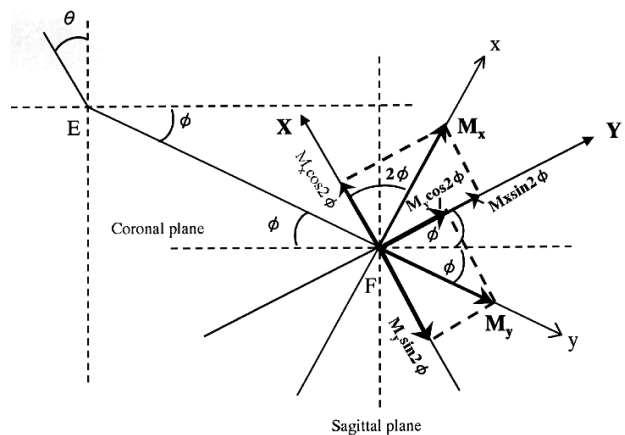


Fig.4 Rotation of the moment at the point F.

660N（下向き）とした(Fig.5)。ただし、説明上、数値が無限小数になる場合は小数点以下3桁目を四捨五入して示した。

(b)右側顎関節部 A_R から第二大臼歯部 C までのビームを抜き出し、 A_R - C 間に作用する力を考える。 A_R 点には $R_1 = -629.17\text{N}$ （下向き）、右側下顎枝の midpoint B には $W_1 = +1165.12\text{N}$ （上向き）、C 点には下向きに $+535.95\text{N}$ の剪断力が作用した。C 点の回りのモーメントの釣り合いを考えて C 点に作用するモーメントは $M_x(C) = -1864.56\text{N}\cdot\text{mm}$ 、 $M_y(C) = +932.28\text{N}\cdot\text{mm}$ であった(Fig.5)。座標系の回転移動後の $M_x(C) = -2051.02\text{N}\cdot\text{mm}$ 、 $M_y(C) = -372.91\text{N}\cdot\text{mm}$ であった。ただし、説明上、数値が無限小数になる場合は小数点以下3桁目を四捨五入した。

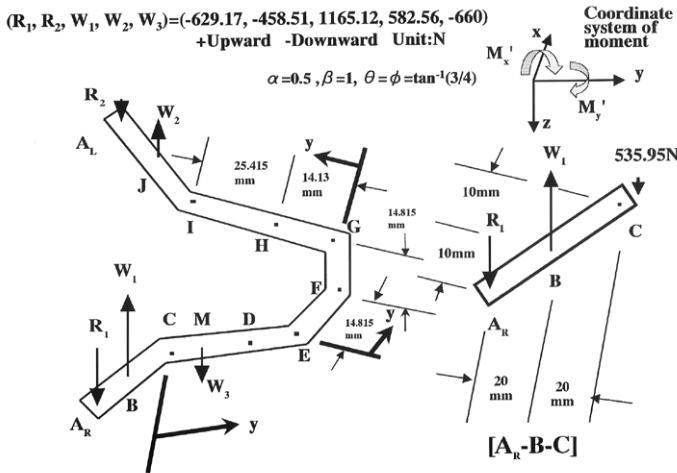


Fig.5 Forces acting upon a human mandible biting with the lower right first molar ($\alpha=0.5, \beta=1, \theta=\phi=\tan^{-1}(3/4)$).

α : The bearing ratio of balancing side to working side in masticatory muscle force.

β : The ratio of variation in comparison with the standard biting force.

θ : The angle of inclination to sagittal plane of whole premolar and molar zone.

ϕ : The angle of inclination to frontal plane of anterior zone.

The left schema shows external forces. The right schema shows the forces from the right condylar head to the lower right second molar. Following calculation leads $M_x(C)$ and $M_y(C)$. Unit is $\text{N}\cdot\text{mm}$.

$$M_x'(C) + R_1 \times 40 + W_1 \times 20 = 0$$

$$\therefore M_x(C) = -M_x'(C)$$

$$M_y'(C) - R_1 \times 20 - W_1 \times 10 = 0$$

$$\therefore M_y(C) = -M_y'(C)$$

Where R_1 is a temporomandibular joint force on the right side and W_1 is a resultant force of all mandibular elevator muscles taken together on the right side.

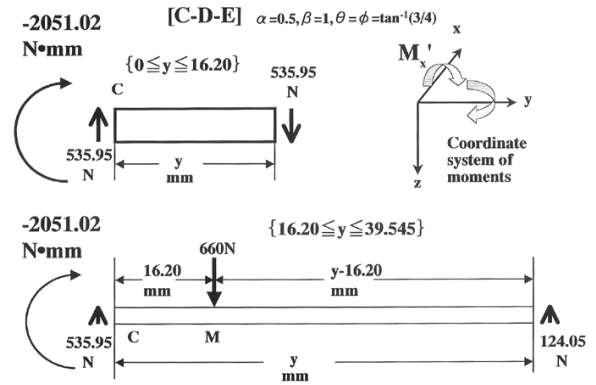


Fig.6 Forces acting upon a human mandible from the lower right second molar to the lower right canine biting with the lower right first molar ($\alpha=0.5, \beta=1, \theta=\phi=\tan^{-1}(3/4)$).

α : The bearing ratio of balancing side to working side in masticatory muscle force.

β : The ratio of variation in comparison with the standard biting force.

θ : The angle of inclination to sagittal plane of whole premolar and molar zone.

ϕ : The angle of inclination to frontal plane of anterior zone.

Following calculation leads shearing force, bending moment and torsion moment. Unit is: N, shearing force; $\text{N}\cdot\text{mm}$, bending moment; $\text{N}\cdot\text{mm}$, torsion moment.

$$0 \leq y \leq 16.20$$

$$M_x' - 2051.02 + 535.95y = 0$$

$$\therefore M_x' = -535.95y + 2051.02$$

$$\text{Bending moment} = M_x = 535.95y - 2051.02$$

$$M_x(y=16.20) = +6631.31$$

$$\text{Shearing force} = dM_x/dy = +535.95$$

$$\text{Torsion moment} = M_y = -372.91$$

$$16.20 \leq y \leq 39.545$$

$$M_x' - 2051.02 + 535.95y - 660(y - 16.20) = 0$$

$$\therefore M_x' = 124.05y - 8640.98$$

Bending moment= $M_x=-124.05y+8640.98$

$M_x(y=39.545)=+3735.26$

Shearing force= $dM_x/dy=-124.05$

Torsion moment= $M_y=-372.91$

In case where figures include infinite decimal, the fractions are rounded off to three decimal places.

(c)右側第二大臼歯部 C、右側第一大臼歯部 M、小臼歯部 D、右側犬歯部 E 間を抜きだし、 $A_R - B - C$ 間と同様に、材料力学の手法を用いて、モーメントの釣り合いを考えると、C-M 間では曲げモーメント= $M_x=535.95y-2051.02$ 、剪断力= $dM_x/dy=+535.95$ 、ねじりモーメント= $M_y=-372.91$ (Fig.6)、M-E 間では曲げモーメント= $M_x=-124.05y+8640.98$ 、剪断力= $dM_x/dy=-124.05$ 、ねじりモーメント= $M_y=-372.91$ であった(Fig.6)。ただし、説明上、数値が無限小数になる場合は小数点以下3桁目を四捨五入した。単位は、剪断力についてはN、曲げモーメントとねじりモーメントについてはN・mmである。

(d)C-D-E 間に作用する力の剪断力図、曲げモーメント図、ねじりモーメント図を描いた(Fig.7)。

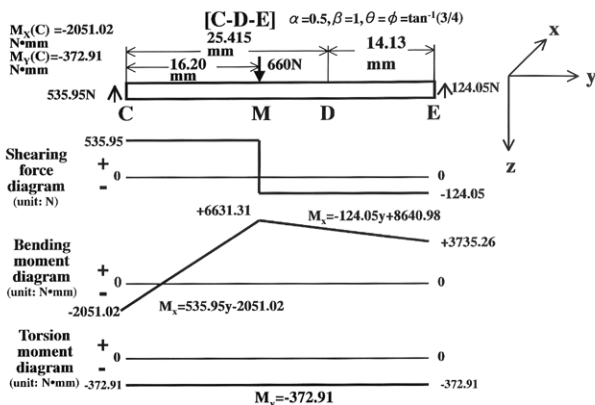


Fig.7 Shearing force diagram, bending moment diagram and torsion moment diagram of a human mandible from the lower right second molar to the lower right canine biting with the lower right first molar($\alpha=0.5, \beta=1, \theta=\phi=\tan^{-1}(3/4)$).

α : The bearing ratio of balancing side to working side in masticatory muscle force.
 β : The ratio of variation in comparison with the standard biting force.
 θ : The angle of inclination to sagittal plane of whole premolar and molar zone.

ϕ : The angle of inclination to frontal plane of anterior zone.

(e)E-F、F-G についても同様に求めた(Fig.8,9)。(f)E-F-G に連結するビームについても同様に求めた。

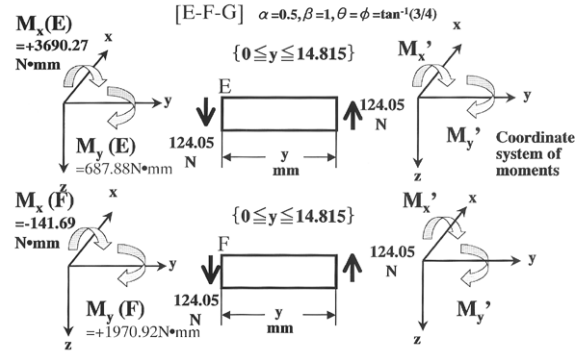


Fig.8 Forces acting upon a human mandible from the lower right canine to the lower left canine with the lower right first molar ($\alpha=0.5, \beta=1, \theta=\phi=\tan^{-1}(3/4)$).

α : The bearing ratio of balancing side to working side in masticatory muscle force.
 β : The ratio of variation in comparison with the standard biting force.
 θ : The angle of inclination to sagittal plane of whole premolar and molar zone.
 ϕ : The angle of inclination to frontal plane of anterior zone.

Following calculation leads shearing force, bending moment and torsion moment. Unit is: N, shearing force; N・mm, bending moment; N・mm, torsion moment.

[E-F]

$M_x'+3690.27-124.05y=0$

$\therefore M_x'=+124.05y-3690.27$

Bending moment = $M_x=-124.05y+3690.27$

$M_x(y=14.815)=+1852.41$

Shearing force= $dM_x/dy=-124.05$

Torsion moment= $M_y=+687.88$

[F-G]

$M_x'-141.69-124.05y=0$

$\therefore M_x'=+124.05y+141.69$

Bending moment = $M_x=-124.05y-141.69$

$$M_x(y=14.815)=-1979.55$$

$$\text{Shearing force}=dM_x/dy=-124.05$$

$$\text{Torsion moment}=M_y=+1970.92$$

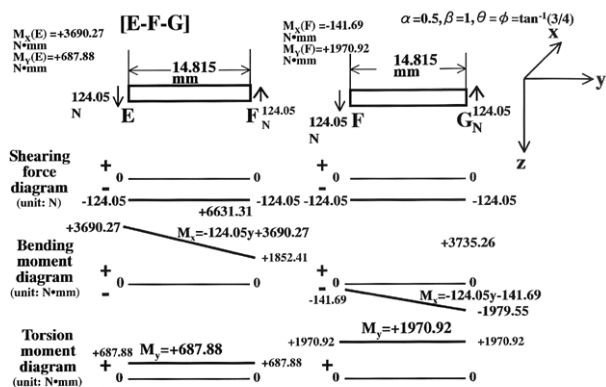


Fig.9 Shearing force diagram, bending moment diagram and torsion moment diagram of a human mandible from the lower right canine to the lower left canine biting with the lower right first molar ($\alpha=0.5, \beta=1, \theta=\phi=\tan^{-1}(3/4)$).

α : The bearing ratio of balancing side to working side in masticatory muscle force.

β : The ratio of variation in comparison with the standard biting force.

θ : The angle of inclination to sagittal plane of whole premolar and molar zone.

ϕ : The angle of inclination to frontal plane of anterior zone.

(2) 外力について

右側（作業側）顎関節反力、左側（平衡側）顎関節反力、右側の咀嚼筋力の合力、左側の

Table 2 External forces biting with the lower right first molar.

α	β	γ	$R_1(N)$	$R_2(N)$	$W_1(N)$	$W_2(N)$	$W_3(N)$
0	0.5	-0.02	-553.46	9.62	873.84	0	-330
0.5	0.5	0.73	-314.59	-229.25	582.56	291.28	-330
1	0.5	1.79	-195.15	-348.69	436.92	436.92	-330
1.5	0.5	3.40	-123.48	-420.35	349.54	524.30	-330
0	1	-0.02	-1106.92	-19.24	1747.68	0	-660
0.5	1	0.73	-629.17	-458.51	1165.12	582.56	-660
1	1	1.79	-390.30	-697.38	873.84	873.84	-660
1.5	1	3.40	-246.98	-840.70	699.07	1048.61	-660

Table 3 External forces biting with the lower right premolar.

α	β	γ	$R_1(N)$	$R_2(N)$	$W_1(N)$	$W_2(N)$	$W_3(N)$
0	0.5	-0.02	-494.96	+10.97	723.98	0	-240
0.5	0.5	0.63	-297.05	-186.93	482.66	241.33	-240
1	0.5	1.44	-198.10	-285.89	361.99	361.99	-240
1.5	0.5	2.49	-138.73	-345.26	289.59	434.39	-240
0	1	-0.02	-989.92	+21.95	1447.97	0	-480
0.5	1	0.63	-594.10	-373.87	965.31	482.66	-480
1	1	1.44	-396.20	-571.77	723.98	723.98	-480
1.5	1	2.49	-277.45	-690.52	579.19	868.78	-480

咀嚼筋力の合力、咬合力をそれぞれ R_1 、 R_2 、 W_1 、 W_2 、 W_3 としてベクトル表示すると Table 2、Table 3 のようになった。ただし、数値が無限小数になる場合は小数点以下 3 桁目を四捨五入した。整数の場合は小数点以下を、小数点以下 2 桁以下がゼロの場合は小数点以下 2 桁目を記載しなかった。

(3) 内力について

(a) 剪断力図

解析した状態について、剪断力の分布を一つの図にまとめた(Fig.10,11)。横軸は歯牙の種類を示し、0 は下顎左側第二大臼歯、1 は下顎左側第一大臼歯、2 は下顎左側小白歯、3 は下顎左側犬歯、4 は下顎左側側切歯、5 は中切歯部を示す。6 から 10 は下顎右側の歯牙の種類を示す。縦軸は、剪断力の大きさを示す。単位は N で、上方が正、下方が負である。剪断力は α が大きくなるに従いしだいに負の方向に移動した。剪断力図は α が大きくなるに従い、下方に移動した。剪断力は前歯部では変化しなかった。剪断力の最大値は、 $\alpha=0$ 、 $\beta=1$ の場合に発生し、右側第一大臼歯部、右側小白歯で噛む場合の値はそれぞれ+640N、+460N、発生部位はそれぞれ下顎右側大白歯部、下顎右側臼歯部であった。値は 1 位を四捨五入した。これらの傾向は $\beta=0.5$ の場合も同様であった。ただし、値は $\beta=1$ のときの 1/2 であった。

(b) 曲げモーメント図

解析した状態について、曲げモーメントの分布を一つの図にまとめた(Fig.12, 13)。横軸は、剪断力図と同様、歯牙の種類を示す。縦軸はモーメントの大きさを示す。単位は $N \cdot mm$ で、符号は上方が正、下方が負である。曲げモーメントは、 α が大きくなるに従い、正中矢状面を境界とした前歯部および臼歯部においては、咀嚼側では正の方向に、平衡側では負の方向に移動した。曲げモーメント図

は α が大きくなるに従い、時計回りに回転した。曲げモーメントは正中矢状面において急変した。曲げモーメントの最大値は $\alpha=1.5$ 、 $\beta=1$ の場合に発生し、右側第一大臼歯、右側小臼歯で噛む場合の値はそれぞれ+11840 N・mm、+8200 N・mm、発生部位はそれぞれ右側第一大臼歯部、右側小臼歯部、曲げモーメントの最小値は、右側第一大臼歯で噛む場合は $\alpha=1.5$ 、 $\beta=1$ のとき-13920 N・mm、発生部位は下顎の左側第二大臼歯部、右側小臼歯で噛む場合は $\alpha=0$ 、 $\beta=1$ のとき-11700 N・mm、発生部位は下顎の右側第二大臼歯部であった。値は1位を四捨五入した。これらの傾向は $\beta=0.5$ の場合も同様であった。ただし、値は $\beta=1$ のときの1/2であった。

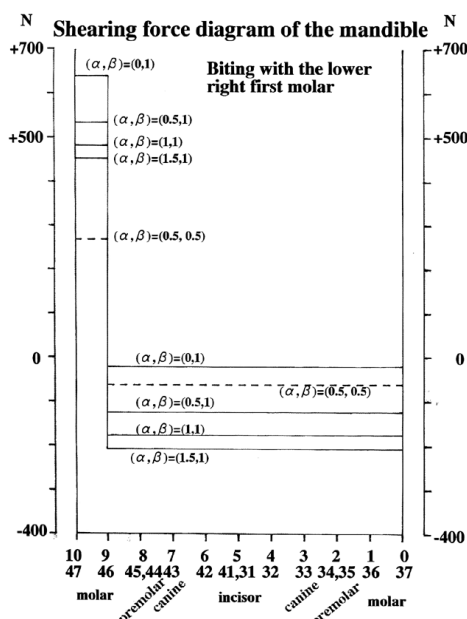


Fig.10 Shearing force diagram biting with the lower right first molar ($\theta = \phi = \tan^{-1}(3/4)$).

α : The bearing ratio of balancing side to working side in masticatory muscle force.

β : The ratio of variation in comparison with the standard biting force.

θ : The angle of inclination to sagittal plane of whole premolar and molar zone.

ϕ : The angle of inclination to frontal plane of anterior zone.

The value of shearing force was decreased

according to an increase of α . The largest value of shearing force was +640N in the molar zone in case of $\alpha=0$ and $\beta=1$.

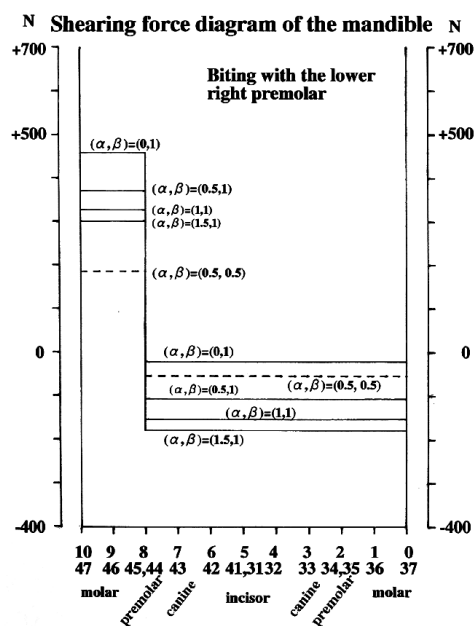


Fig.11 Shearing force diagram biting with the lower right premolar ($\theta = \phi = \tan^{-1}(3/4)$).

α : The bearing ratio of balancing side to working side in masticatory muscle force.

β : The ratio of variation in comparison with the standard biting force.

θ : The angle of inclination to sagittal plane of whole premolar and molar zone.

ϕ : The angle of inclination to frontal plane of anterior zone.

The value of shearing force was decreased according to an increase of α . The largest value of shearing force was +460N in the molar zone in case of $\alpha=0$ and $\beta=1$.

(c)ねじりモーメント図

解析した状態について、ねじりモーメントの分布を一つの図にまとめた(Fig.14, 15)。横軸、縦軸、単位、符号のとり方は曲げモーメント図と同様である。ねじりモーメントの値は、 α が大きくなるに従い、前歯部、臼歯部ともにしだいに正の方向に移動した。ねじりモーメント図は α が大きくなるに従い、上方に移動した。前歯部では正中矢状面において急増

した。ねじりモーメントの最大値は、①右側第一大臼歯、②右側小白歯で噛む場合は、いずれも $\alpha=1.5$ 、 $\beta=1$ のときに発生し、値は①+4030N・mm、②+3150N・mm であった。これらの傾向は $\beta=0.5$ の場合も同様であった。ただし、値は $\beta=1$ のときの 1/2 であった。

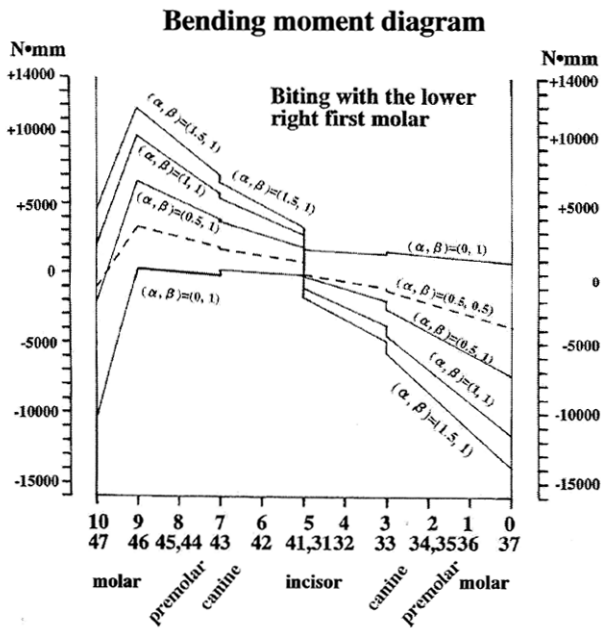


Fig.12 Bending moment diagram biting with the lower right first molar ($\theta = \phi = \tan^{-1}(3/4)$).

α : The bearing ratio of balancing side to working side in masticatory muscle force.

β : The ratio of variation in comparison with the standard biting force.

θ : The angle of inclination to sagittal plane of whole premolar and molar zone.

ϕ : The angle of inclination to frontal plane of anterior zone.

At masticatory site, the value of bending moment increased according to an increase of α . On the other hand, at balancing site, the value of bending moment decreased according to an increase of α . The largest absolute value of bending moment was +13920N・mm in the molar zone at balancing site in case of $\alpha=1.5$ and $\beta=1$.

Bending moment diagram of the mandible

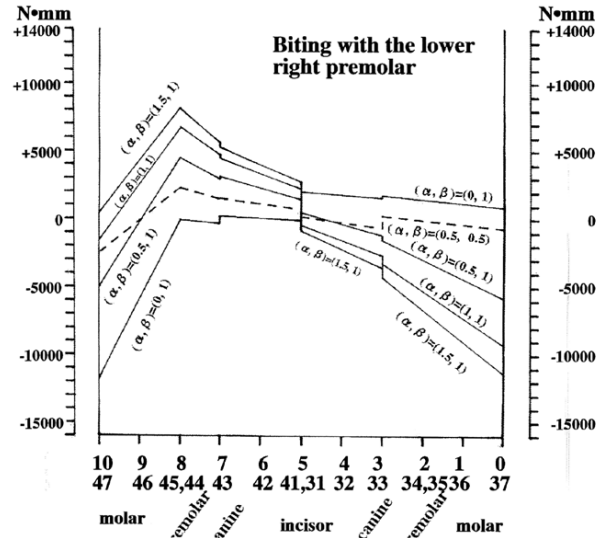


Fig.13 Bending moment diagram biting with the lower right premolar ($\theta = \phi = \tan^{-1}(3/4)$).

α : The bearing ratio of balancing side to working side in masticatory muscle force.

β : The ratio of variation in comparison with the standard biting force.

θ : The angle of inclination to sagittal plane of whole premolar and molar zone.

ϕ : The angle of inclination to frontal plane of anterior zone.

At masticatory site, the value of bending moment increased according to an increase of α . On the other hand, at balancing site, the value of bending moment decreased according to an increase of α . The largest absolute value of bending moment was +11270N・mm in the molar zone at balancing site in case of $\alpha=1.5$ and $\beta=1$.

4.考察

前歯部が前頭面に対し傾斜していることが、外力および内力に対してどのような影響を与えるか。点 E において、前歯部と前頭面とのなす角 ϕ だけ、左右方向に対し増加するので、モーメントを回転させるときに、この影響を考えなければならない。点 G においても同様である。点 F においては、正中矢状面に対し左右対称的に変化するので、あたかも E-F

が点 F においてミラーで反射されるように形状が変化するので、点 F においてモーメントを回転させる必要がある。E-F、F-G 間の距離は変わらないとすれば、臼歯部で噛む場合には、外力に影響を与える距離は変化ないので、外力には影響を与えない。点 E・F・G においてモーメントを回転させるため、曲げモーメントとねじりモーメントは影響を受ける。剪断力は下顎挙上筋合力、咬合力、顎関節反力によって決定されるので前歯部では変化しない。点 E と点 G においては $M_X = M_x \sin(\theta + \phi) - M_y \cos(\theta + \phi)$ 、 $M_Y = M_x \cos(\theta + \phi) + M_y \sin(\theta + \phi)$ となり、点 F においては $M_X = M_x \cos 2\phi - M_y \sin 2\phi$ 、 $M_Y = M_x \sin 2\phi + M_y \cos 2\phi$ となるので、 ϕ がゼロの場合と比較すればモーメントに対して与える影響は定量的に求まる。前歯部の正中矢状面における曲げモーメントとねじりモーメントの急激な変化も、座標軸の回転にともなうモーメントの変化に基づくものである。

下顎挙上筋合力の平衡側と作業側の負担割合 α と平衡側と作業側の顎関節反力の比 γ との間には $\gamma = a/(\alpha - b) + c(a, b, c : \text{Constant}; a < 0, b > 0, c < 0)$ という関数関係がある。この結果 γ は α の双曲線関数である。これによって α と γ が連動することがわかる。

窪木ら^{8,9)}は片側咀嚼の進行に伴う咀嚼筋活動について、咀嚼開始直後には左右の筋活動量の差は小さいが咀嚼進行に伴い、非咀嚼側の筋活動量が減少し咀嚼側優勢の筋活動パターンを示す、すなわち咀嚼開始時にはすべての筋活動量は高いが、咀嚼筋活動がリズムカルになると、非咀嚼側の咬筋、内側翼突筋の筋活動量が低下し、咀嚼側の咬筋、内側翼突筋、両側の側頭筋前部の筋活動が優位となると述べている。本研究では平衡側と作業側の下顎挙上筋の合力の比を 0~1.5 まで変動させた。 α が大きいときは咀嚼活動前期の値を、 α が小さいときは咀嚼活動後期の値を示している。

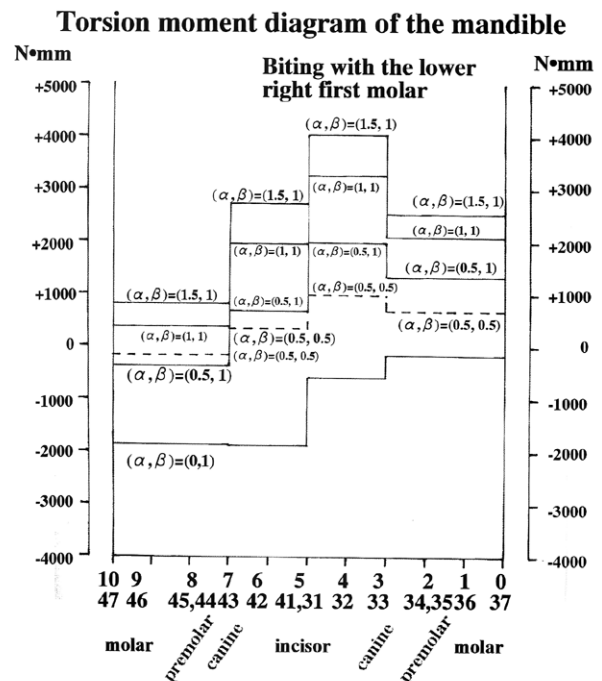


Fig.14 Torsion moment diagram biting with the lower right first molar ($\theta = \phi = \tan^{-1}(3/4)$).

α : The bearing ratio of balancing side to working side in masticatory muscle force.

β : The ratio of variation in comparison with the standard biting force.

θ : The angle of inclination to sagittal plane of whole premolar and molar zone.

ϕ : The angle of inclination to frontal plane of anterior zone.

The value of torsion moment increased according to an increase of α in both anterior and posterior zone. The largest value of torsion moment was +820N · mm in the posterior zone or 2740N · mm in the anterior zone at working site, +2530N · mm in the posterior zone or 4030 N · mm in the anterior zone at balancing site in case of $\alpha = 1.5$ and $\beta = 1$.

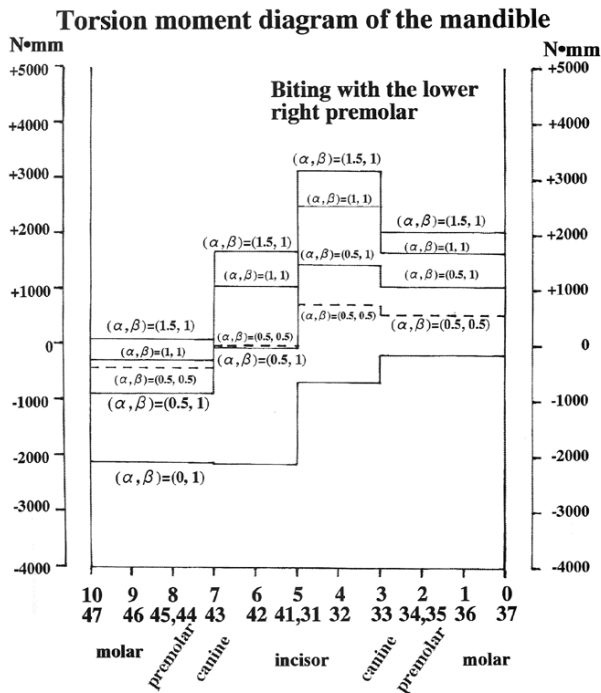


Fig.15 Torsion moment diagram biting with the lower right premolar ($\theta = \phi = \tan^{-1}(3/4)$).

α : The bearing ratio of balancing side to working side in masticatory muscle force.

β : The ratio of variation in comparison with the standard biting force.

θ : The angle of inclination to sagittal plane of whole premolar and molar zone.

ϕ : The angle of inclination to frontal plane of anterior zone.

The value of torsion moment increased according to an increase of α in both anterior and posterior zone. The largest value of torsion moment was +100N · mm in the posterior zone or 1680N · mm in the anterior zone at working site, +2050N · mm in the posterior zone or 3150 N · mm in the anterior zone at balancing site in case of $\alpha = 1.5$ and $\beta = 1$.

次に、Champy らの報告⁷⁾と本研究の結果を第一大臼歯・右側小臼歯で噛む場合で定量的に比較する。最初に Champy らのデータを示す。前者が第一大臼歯、後者が小臼歯で噛む場合である。絶対値が最大となる曲げモーメ

ントは前歯部では-50~-100kgf · mm=-490~-980N · mm (条件 1)、大臼歯部では+800~+1,700kgf · mm=+7840~+16660N · mm(条件 2)、ねじりモーメントは前歯部では+25~+40kgf · mm=+245~+392N · mm (条件 3)、小臼歯部、大臼歯部では 0N · mm (条件 4)であった。本研究の解析結果を示す。前者が第一大臼歯、後者が小臼歯で噛む場合である。比較のため、対応する同一部位のデータを示す。以下、一群のデータを [] でまとめて示した。データはいずれも α の増加とともに単調に増加し、極値を持たなかった。Figs.12~15 との対応のため α と β セットで記載した。曲げモーメントの値は前歯部では [-320 { $(\alpha, \beta) = (0,1)$ }, +3740 { $(\alpha, \beta) = (0.5,1)$ }, +5760 { $(\alpha, \beta) = (1,1)$ }, +6980 { $(\alpha, \beta) = (1.5,1)$ } N · mm] ~ [-370 { $(\alpha, \beta) = (0,1)$ }, +2990 { $(\alpha, \beta) = (0.5,1)$ }, +4680 { $(\alpha, \beta) = (1,1)$ }, +5680 { $(\alpha, \beta) = (1.5,1)$ } N · mm] (いずれも下顎右側犬歯部のデータ) (条件 5)であり、大臼歯部では、 [-10260 { $(\alpha, \beta) = (0,1)$ }, -2050 { $(\alpha, \beta) = (0.5,1)$ }, +2050 { $(\alpha, \beta) = (1,1)$ }, +4510 { $(\alpha, \beta) = (1.5,1)$ } N · mm] ~ [-11700 { $(\alpha, \beta) = (0,1)$ }, -4900 { $(\alpha, \beta) = (0.5,1)$ }, -1500 { $(\alpha, \beta) = (1,1)$ }, +530 { $(\alpha, \beta) = (1.5,1)$ } N · mm] (いずれも下顎右側第二大臼歯部のデータ) (条件 6)であった。条件 1、2 の場合は、曲げモーメントのプラスの場合を上凸に、マイナスの場合を上凹としている。一方、条件 5、6 の場合は、曲げモーメントのプラスの場合を上凹に、マイナスの場合を上凸としている。このことを考慮の上、比較する。条件 1 は、条件 5 の $(\alpha, \beta) = (0,1)$ と $(0.5,1)$ の中間に位置し、条件 2 は、条件 6 の $(\alpha, \beta) = (0,1)$ と $(0.5,1)$ の中間または $(\alpha, \beta) = (0,1)$ の周辺に位置する。次に、ねじりモーメントの値は、前歯部では、右側第一大臼歯で噛む場合、作業側では、 [-1880 { $(\alpha, \beta) = (0,1)$ }, +690 { $(\alpha, \beta) = (0.5,1)$ }, +1970 { $(\alpha, \beta) = (1,1)$ }, +2740

$\{(\alpha, \beta) = (1.5, 1)\}$ N・mm]、平衡側では、
 $[-600 \{(\alpha, \beta) = (0, 1)\}$ 、 $+1970 \{(\alpha, \beta) = (0.5, 1)\}$ 、 $+3260 \{(\alpha, \beta) = (1, 1)\}$ 、 $+4030 \{(\alpha, \beta) = (1.5, 1)\}$ N・mm]、小臼歯で噛む場合、作業側では、 $[-2150 \{(\alpha, \beta) = (0, 1)\}$ 、 $-20 \{(\alpha, \beta) = (0.5, 1)\}$ 、 $+1050 \{(\alpha, \beta) = (1, 1)\}$ 、 $+1680 \{(\alpha, \beta) = (1.5, 1)\}$ N・mm]、平衡側では、 $[-680 \{(\alpha, \beta) = (0, 1)\}$ 、 $+1450 \{(\alpha, \beta) = (0.5, 1)\}$ 、 $+2510 \{(\alpha, \beta) = (1, 1)\}$ 、 $+3150 \{(\alpha, \beta) = (1.5, 1)\}$ N・mm] (いずれも下顎中切歯部のデータ) (条件7)であった。ねじりモーメントの値は、臼歯部では、右側第一大臼歯で噛む場合、作業側では、 $[-1860 \{(\alpha, \beta) = (0, 1)\}$ 、 $-370 \{(\alpha, \beta) = (0.5, 1)\}$ 、 $+370 \{(\alpha, \beta) = (1, 1)\}$ 、 $+820 \{(\alpha, \beta) = (1.5, 1)\}$ N・mm]、平衡側では、 $[-150 \{(\alpha, \beta) = (0, 1)\}$ 、 $+1340 \{(\alpha, \beta) = (0.5, 1)\}$ 、 $+2080 \{(\alpha, \beta) = (1, 1)\}$ 、 $+2530 \{(\alpha, \beta) = (1.5, 1)\}$ N・mm]、小臼歯で噛む場合、作業側では、 $[-2130 \{(\alpha, \beta) = (0, 1)\}$ 、 $-890 \{(\alpha, \beta) = (0.5, 1)\}$ 、 $-270 \{(\alpha, \beta) = (1, 1)\}$ 、 $+100 \{(\alpha, \beta) = (1.5, 1)\}$ N・mm]、平衡側では、 $[-180 \{(\alpha, \beta) = (0, 1)\}$ 、 $+1060 \{(\alpha, \beta) = (0.5, 1)\}$ 、 $+1680 \{(\alpha, \beta) = (1, 1)\}$ 、 $+2050 \{(\alpha, \beta) = (1.5, 1)\}$ N・mm] (いずれも下顎臼歯部のデータ) (条件8)であった。条件3と条件7を比較すると、条件3は、条件7の $(\alpha, \beta) = (0, 1)$ と $(0.5, 1)$ の中間(下顎右側第一大臼歯で噛む場合で作業側・平衡側のデータ、下顎右側小臼歯で噛む場合で平衡側のデータ)または $(\alpha, \beta) = (0.5, 1)$ と $(1, 1)$ の中間(下顎右側小臼歯で噛む場合で作業側のデータ)に位置する。条件4と条件8を比較すると、条件4は、条件8の $(\alpha, \beta) = (0.5, 1)$ と $(1, 1)$ の中間(下顎右側第一大臼歯で噛む場合で作業側のデータ)もしくは $(\alpha, \beta) = (1, 1)$ と $(1.5, 1)$ の中間(下顎右側小臼歯で噛む場合で作業側のデータ)、または、 $(\alpha, \beta) = (0, 1)$ と $(0.5, 1)$ の中間(下顎右側第一大臼歯または下顎右側小臼歯で噛む場合で平衡側のデータ)に位置

する。

以上は、Champyらのデータが、本研究結果における、咀嚼活動のいずれかの段階のデータと一致する可能性を示す。

次に、Champyらの報告⁷⁾と本研究の結果を定性的に比較してみる。曲げモーメント図については、前者は下に凸であるが、後者は上に凸である。これは両者は、曲げモーメントの正負の規定方法が逆であることによる。したがって、両者は同じ傾向にあるとってよからう。ねじりモーメント図については、前者は、前歯部において、正中部に頂点を有するなだらかな丘状を呈しているが、後者においては、前歯部において、一つまたは二つの高原が存在している。前歯部において、上に隆起しているという点で、共通点がある。前者は、臼歯部ではゼロとしているが、後者は、4種類設定し、多様な咀嚼段階にも対応可能なようにしていることが特徴である。

本研究では下顎骨の前歯部が前頭面と傾斜しているモデルを用いて、下顎骨に作用する内力と外力を解析する方法を新たに考案した。これによって解析可能な対象がさらに拡大した。特定の個人について下顎骨に作用する力を解析するためには解析対象となる個人のデータが確定すればよい。それを用いて、いかなるモデルについても解析することが可能である。したがって本研究で開発した解析方法は応用性が大きな方法であると考えられる。

5. 結論

本研究では生体に近いモデル・ケースとして、下顎骨の前歯部と前頭面が傾斜しているモデルの解析方法を用いて、下顎挙上筋合力の平衡側と作業側の負担割合の変動の影響を検討した結果、咀嚼筋力、顎関節部における反力、咬合力によって下顎骨に発生する外力および内力のうち剪断力、曲げモーメント、ねじりモーメントに関して解析し以下の結論を得た。 α は下顎挙上筋合力の平衡側と作業側の負担割合、 β

は咬合力変動率を表わす。

1. 外力について

下顎右側犬歯部 E、下顎中切歯部 F、下顎左側犬歯部 G として E-F、F-G 間の左右方向の距離は変わらないとすれば、臼歯部で噛む場合には、外力に影響を与える距離は変化しないので、外力には影響を与えなかった。

2. 内力について

(1)剪断力は α が大きくなるに従いしだいに負の方向に移動した。剪断力の値は β の値に正比例した。剪断力図は α が大きくなるに従い、下方に移動した。前歯部でも、値は変化しなかった。

(2)曲げモーメントは、 α が大きくなるに従い、しだいに咀嚼側では正の方向に、平衡側では負の方向に移動した。曲げモーメントの値は β の値に正比例した。曲げモーメント図は α が大きくなるに従い、時計回りに回転した。前歯部では、中切歯部において、値が急変した。

(3)ねじりモーメントは、 α が大きくなるに従い、前歯部、臼歯部ともにしだいに正の方向に移動した。ねじりモーメントの値は β の値に正比例した。ねじりモーメント図は α が大きくなるに従い、上方に移動した。前歯部では、中切歯部を境界として、値が急上昇し、ねじりモーメント図では、高原状の隆起が発生した。

3. 本研究では下顎骨の前歯部が前頭面と傾斜しているモデルを用いて、下顎挙上筋合力の平衡側と作業側の負担割合を変動させてその影響を解析する方法を新たに考案した。これによって解析可能な対象がさらに拡大した。特定の個人について下顎骨に作用する力を解析するためには解析対象となる個人のデータが確定すればよい。それを用いて、いかなるモデルについても解析することが可能である。したがって本研究で開発した解析方法は応用性が大きな方法であると考えられる。

本研究の要旨は、第 47 回日本歯科理工学会学術講演会（2006 年 4 月 22・23 日、東京）にて口頭発表および第 51 回日本口腔外科学会総会（2006 年 10 月 12・13 日、北九州市）にて示説発表した。

参考文献

- 1) 草野雅章、瀧岡 渡、池田悦子、熨斗利光、村上和宏、山本一彦、杉村正仁：人下顎骨に作用する力の材料力学的解析、顎顔面バイオメカニクス学会誌、7(1)、48-57、2001.
- 2) 草野雅章、山本一彦、北山若紫、村上和宏、桐田忠昭：人下顎骨に作用する力の材料力学的解析—下顎臼歯部の左右のサイズの変動の影響—、顎顔面バイオメカニクス学会誌、9(1)、23-33、2003.
- 3) 草野雅章、山本一彦、池田悦子、村上和宏、桐田忠昭：人下顎骨に作用する力の材料力学的解析—下顎骨の臼歯部が正中矢状面と傾斜しているモデルの解析—、顎顔面バイオメカニクス学会誌、9(1)、34-44、2003.
- 4) 草野雅章、山本一彦、池田悦子、村上和宏、桐田忠昭：人下顎骨に作用する力の材料力学的解析—平衡側と作業側の咀嚼筋力の負担割合の変動の影響—、顎顔面バイオメカニクス学会誌、10(1)、1-7、2004.
- 5) 草野雅章、山本一彦、杉浦 勉、村上和宏、桐田忠昭：ヒト下顎骨に作用する力の材料力学的解析—咬合力の変動の影響—、顎顔面バイオメカニクス学会誌、11(1)、8-18、2005.
- 6) 榎 恵監修：歯科矯正学. 第 2 版第 4 刷、医歯薬出版、東京、165 頁、1982.
- 7) Champy M, Loddè JP, Schmitt R, Jaeger JH, Muster D, Mandibular osteosynthesis by miniature screwed plates via a buccal approach, J Maxillofac Surg, 6, 14-21, 1978.
- 8) 窪木拓男：顎関節部負荷ならびに顎関節構造の対負荷特性に関する生物力学的研究 第 2 編片側噛みしめ時ならびに片側咀嚼時における顎関節部負荷の導出およびその検証, 岡山歯誌, 9, 197-217, 1990.
- 9) 窪木拓男, 木尾正人, 矢谷博文, 山下 敦：片側咀嚼時咬合相のバイオメカニクス, 日顎誌, 3(2), 66-78, 1991.